

بوزريعة: رجب 1440هـ

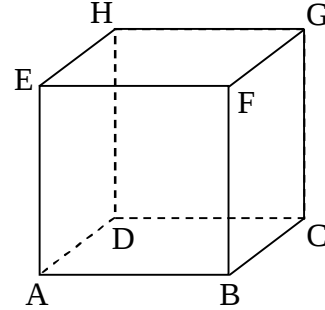
إعداد: عبد المطلب

الجداء السلمي

Produit scalaire

تمرين 1

ABCEFGH مكعب ضلعه a .



1- احسب الجداء السلمي بدلالة a لكل من:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BF}, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DG}, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CH}, \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DF}, \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AG}, \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{HF}, \overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{DF}$$

2- بين أن $\overrightarrow{DF} \cdot \overrightarrow{EG} = 0$ وأن $\overrightarrow{DF} \cdot \overrightarrow{EB} = 0$. استنتج أن المستقيم (DF) عمودي على المستوي (BEG).

3- عيّن طبيعة المثلث DBG واحسب مساحته. ($a = 2\text{cm}$)

$2\sqrt{3} \text{ cm}^2$	a^2	0	$2a^2$	0	$-a^2$	a^2	0
--------------------------	-------	---	--------	---	--------	-------	---

تمرين 2

في الفضاء المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقاط: $A(2; -1; 1)$ ، $B(3; -1; 0)$ ، $C(1; -1; 0)$ و $D(2; \sqrt{2} - 1; 1)$.

1- احسب $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CB}$ ، $\|\overrightarrow{CD}\|$ و $\|\overrightarrow{CB}\|$. استنتج بالراديان قيمة الزاوية $\widehat{DCB}$ وطبيعة المثلث BCD.

2- احسب $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ ، $\|\overrightarrow{AB}\|$ و $\|\overrightarrow{AC}\|$. استنتج طبيعة المثلث ABC واحسب مساحته.

3- بين أن المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC).

4- احسب حجم رباعي الوجوه ABCD.

$\frac{\sqrt{2}}{3} u.v$	$1 u.a$	$\frac{\pi}{3}$
--------------------------	---------	-----------------

تمرين 3

في الفضاء المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقاط: $A(3; -2; 0)$ ، $B(-1; 0; 4)$ ، $C(1; -4; 8)$ ، $D(5; -6; 4)$ ، $E(2; -3; 4)$ و $F(0; -5; 3)$.

1- (أ) بين أن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ وأن (AB) عمودي على (BC).

(ب) احسب $\|\overrightarrow{AB}\|$ و $\|\overrightarrow{BC}\|$. استنتج طبيعة الشكل ABCD.

(ج) بين أن مركز ثقل الرباعي ABCD هو النقطة E.

2- تأكد أن المستوي (P) الذي معادلته الديكارتية:

$$2x + 2y + z - 2 = 0, \text{ هو المستوي } (ABCD).$$

3- اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يوازي المستوي (P) ويشمل النقطة F.

4- (أ) بين أن المستقيم (EF) يعامد المستوي (P).

(ب) ماذا تمثل النقطة E بالنسبة للنقطة F ؟

(ج) احسب بطريقتين مختلفتين المسافة بين النقطة F و (P).

3	$2x + 2y + z + 7 = 0$
---	-----------------------

تمرين 4

في الفضاء المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقاط: $A(1; 0; 2)$ ، $B(0; 3; -3)$ و $C(-1; 1; 2)$.

1- بين أن النقاط A، B و C تعيّن مستويا.

2- اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $\mathcal{P}_1$ الذي يشمل النقطة A و $\overrightarrow{CB}$ شعاع ناظمي له.

3- اكتب معادلة ديكارتية لـ $\mathcal{P}_2$ الذي يشمل A، B و C.

4- (أ) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $\mathcal{P}_3$ منصف القطعة [AB] (المستوي المحوري للقطعة [AB]).

(ب) تأكد أن النقطة $D\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ تنتمي إلى $\mathcal{P}_3$.

(ج) احسب المسافة بين النقطة D والمستقيم (AB).

$\sqrt{6}$	$-2x + 6y - 10z - 13 = 0$	$x + 2y + z - 3 = 0$	$x + 2y - 5z + 9 = 0$
------------	---------------------------	----------------------	-----------------------

تمرين 5

في الفضاء المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقطة $A(2; 1; 3)$ ، والمستويات: $\mathcal{P}_1: x + 2z = 0$ ، $\mathcal{P}_2: x + y + z = 2$ و $\mathcal{P}_3: 2x - y - z = 4$.

1- بين أن $\mathcal{P}_2$ و $\mathcal{P}_3$ متعامدان. هل $\mathcal{P}_1$ يوازي $\mathcal{P}_2$ ؟ علّل.

2- احسب البعد بين النقطة A و $\mathcal{P}_2$ وبين النقطة A و $\mathcal{P}_3$.

استنتج البعد بين النقطة A والمستقيم (Δ) تقاطع $\mathcal{P}_2$ مع $\mathcal{P}_3$.

3- m وسيط حقيقي، و Q_m المستويات المعرفة بالمعادلة:

$$Q_m: (m+2)x + (m-1)y + (m-1)z - 2m - 4 = 0$$

(أ) بين أن كل المستويات Q_m تتقاطع وفق المستقيم (Δ).

(ب) بين أنه لا توجد قيمة لـ m بحيث: Q_m و $\mathcal{P}_3$ متعامدين.

(ج) عيّن قيمة m بحيث المسافة بين A و Q_m تساوي $2\sqrt{2}$.

$m = -2$	$2\sqrt{2}$	$\frac{4}{\sqrt{6}}$	$\frac{4}{\sqrt{3}}$
----------	-------------	----------------------	----------------------

تمرين 6

اكتب المعادلة الديكارتية لسطح الكرة في كل حالة مما يلي:

S_1 : كرة مركزها $\Omega(1; 0; -2)$ ونصف قطرها $r = \sqrt{3}$.

S_2 : كرة مركزها $\Omega(0; 1; 1)$ وتشمل النقطة $A(2; 0; -3)$.

S_3 : كرة قطرها $[AB]$ حيث $A(-1; -2; 0)$ و $B(0; 1; 2)$.

S_4 : كرة مركزها $\Omega(1; 2; 0)$ والمماسية للمستوي $x+2y=0$.

$x^2+y^2+z^2-2x-4y=0$	$x^2+y^2+z^2+x+y-2z-2=0$	$x^2+y^2+z^2-2y-2z-19=0$	$x^2+y^2+z^2-2x+4z+2=0$
-----------------------	--------------------------	--------------------------	-------------------------

تمرين 7

في الفضاء المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

نعتبر النقاط: $\Omega(1; 0; 1)$ ، $A(-1; 2; -1)$ ، $B(3; 2; 3)$

والمستوي $\mathcal{P}$ الذي معادلته: $x - y + z + 4 = 0$.

1- احسب بعد النقطة Ω عن المستوي $\mathcal{P}$.

2- اكتب المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها Ω والمماسية للمستوي $\mathcal{P}$.

3- بين أن النقطة A تنتمي إلى المستوي $\mathcal{P}$.

4- احسب المسافة ΩA . استنتج نقطة تماس (S) و $\mathcal{P}$.

5- اكتب معادلة المستوي $\mathcal{P}'$ الذي يمس الكرة (S) عند B .

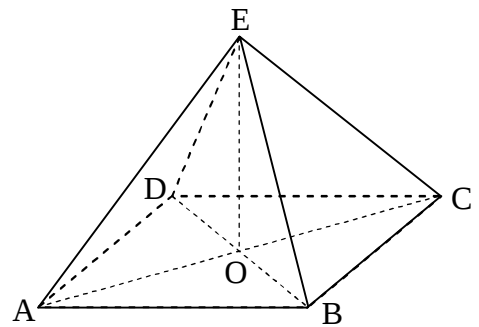
6- عيّن مركز ونصف قطر كرة (S') معادلتها الديكارتية: $x^2+y^2+z^2+2x-2y-2z-1=0$. هل (S') تقطع $\mathcal{P}$ ؟ علّل.

$x+y+z-8=0$	$x^2+y^2+z^2-2x-2z-10=0$	$2\sqrt{3}$
-------------	--------------------------	-------------

تمرين 8

ABCDE هرم قاعدته المربع ABCD الذي مركزه O

بحيث: $EA=EB=EC=ED=2a$ و $OA=a$.



1- أ) احسب الطول AB ومساحة المربع ABCD.

ب) احسب الطول EO وحجم الهرم ABCDE.

2- عيّن المجموعات (E_1) ، (E_2) و (E_3) للنقط M بحيث:

$$(E_1) \quad MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = 8a^2$$

$$(E_2) \quad \|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}\| = 4\|\vec{ME}\|$$

$$(E_3) \quad (\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}) \cdot \vec{ME} = 0$$

$(2\sqrt{3}/3)a^3$	$\sqrt{3}a$	$2a^2$	$\sqrt{2}a$
كرة مركزها O و $r=a$	المستوي محور $[OE]$	كرة قطرها $[OE]$	

تمرين 9

في الفضاء المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

لتكن النقاط: $A(0; 0; 2)$ ، $B(1; 2; 3)$ ، $C(-1; -1; 0)$.

1- نعتبر الشعاع: $\vec{u} = \vec{MA} + \vec{MB} - 2\vec{MC}$

بين أن $\vec{u}$ مستقل عن النقطة الكيفية M ، وأن $\vec{u}(3; 4; 5)$.

2- عيّن G مرجح الجملة: $\{(A, 1); (B, 2); (C, -1)\}$.

3- عيّن المجموعتين (E) و (F) للنقط M بحيث:

$$(E) \quad \|\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}\| = \|\vec{MA} + \vec{MB} - 2\vec{MC}\|$$

$$(F) \quad (\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}) \cdot (\vec{MA} + \vec{MB} - 2\vec{MC}) = 0$$

المستوي الذي يمر من G وشعاعه الناظمي $\vec{u}$	كرة مركزها G و $r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$	$G(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; 4)$
--	--	----------------------------------

تمرين 10

في الفضاء المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

نعتبر النقاط: $A(1; 2; 0)$ ، $B(0; 3; 0)$ ، $C(-1; 0; -2)$

والمستويين: $\mathcal{P}_1: x+y-2z=3$ و $\mathcal{P}_2: x+y+z=3$

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير من أجل ما يلي:

1- المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي المستوي $\mathcal{P}_1$.

2- المستوي $\mathcal{P}_2$ يشمل A و B ، ويعامد المستوي $\mathcal{P}_1$.

3- المثلث ABC قائم في A ومتساوي الساقين.

4- سطح الكرة التي مركزها $\Omega(0; -1; 1)$ ونصف قطرها

$r = 2\sqrt{3}$ مماسية للمستوي $\mathcal{P}_1$.

5- المسقط العمودي للنقطة $D(1; 2; 2)$ على المستوي $\mathcal{P}_1$

هي النقطة $E(\frac{5}{3}; \frac{8}{3}; \frac{2}{3})$.

6- حجم رباعي الوجوه ABCD يساوي $\frac{4}{3}$.

7- المجموعة (E_1) للنقط M من الفضاء حيث:

$\|\vec{MA} + \vec{MB}\| = \|\vec{MA} - \vec{MB}\|$ هي سطح كرة مركزها

$I(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}; 0)$ منتصف $[AB]$ ، ونصف قطرها $r = 2\sqrt{2}$.

8- المجموعة (E_2) للنقط M من الفضاء حيث:

$d(M, \mathcal{P}_2) = \sqrt{2} \times d(M, \mathcal{P}_1)$ هي المستوي (xOy) .

خطأ 4	خطأ 7	صح 1	صح 5	خطأ 8	خطأ 3	صح 6	صح 2
-------	-------	------	------	-------	-------	------	------